

עבודת קיץ למסיימי כיתה ט' מופת המיועדים לכיתה מואצת

תלמידים יקרים,

מצורפת עבודת קיץ לתלמידים ששובצו או המעוניינים ללמוד בשנת הלימודית הבאה בכיתה המואצת.

העבודה היא חזרה על נושאים שנלמדו במהלך כיתה ט', ושידרשו לתחילת הלימודים בתיכון.

אנו מקווים שתדעו לנצל את החופשה היטב, תהנו, תנוחו, ותאזרו כוחות לקראת שנת הלימודים הבאה.

הגשת העבודה היא חובה. העבודה תוגש בתחילת שנת הלימודים תשפ"ה, למורה שילמד את הכיתה המואצת.

בתחילת שנת הלימודים הבאה יתקיים מבחן סיכום חטיבת הביניים, על נושאי הלימוד המופיעים בעבודה זו, כך שהיא הכנה טובה לשנה הבאה ולמבחן זה.

צוות מתמטיקה מאחל לכם חופש נעים ומוצלח ומחכה לראות אתכם בתיכון בשנה הבאה.

בברכת חופשה נעימה

צוות מתמטיקה

חזקות ושורשים

1. חשבו ללא שימוש במחשבון:

א. $\frac{36^4 \cdot 5^0}{3^5 \cdot 2^7}$ ב. $\frac{25^2 \cdot 5^{-3}}{5^4}$ ג. $60 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2$ ד. $\frac{(-3)^3 \cdot (-8)^4}{(-6)^4 \cdot (-4)^4}$

2. נתונים שני הביטויים: $y = 4^{-n} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot 32^n$, $x = 3^n \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-n} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{-n}$

כאשר n מספר טבעי.

האם טענות הבאות נכונות?

- עבור $n=2$ מתקיים $y = x+12$.
- הביטויים יכולים לקבל ערך שלילי.
- עבור כל n טבעי מתקיים $y > x$.
- יתכן שיתקיים $x = y$.

3. חשבו: א. $\frac{8 \cdot 9^{11} + 9^{12}}{34 \cdot 9^{10}}$ ב. $\frac{(48:3)^2 - 2^8}{8 - 3^2:3}$

4. נתון החישוב: $5^3 - 5 \cdot 2^4$. התלמידים נתבקשו להוסיף לחישוב סוגריים כך שתוצאתו תהיה

גבוהה יותר מתוצאתו ללא סוגריים.

משה הציע: $5^3 - (5 \cdot 2)^4$ רועי הציע: $(5^3 - 5) \cdot 2^4$ סער הציע: $5^3 - (5 \cdot 2^4)$

האם נכון:

- ההצעה של סער דווקא הקטינה את תוצאת החישוב.
- ההצעה של משה אומנם הגדילה את תוצאת החישוב אך פחות מהצעתו של סער.
- רק רועי הצליח במשימה.

5. חשבו ללא שימוש במחשבון: א. $2\sqrt{5} + \sqrt{45}$ ב. $7: (\sqrt{162} - 2\sqrt{2})$

טכניקה אלגברית

1. צמצמו את הביטויים הבאים:

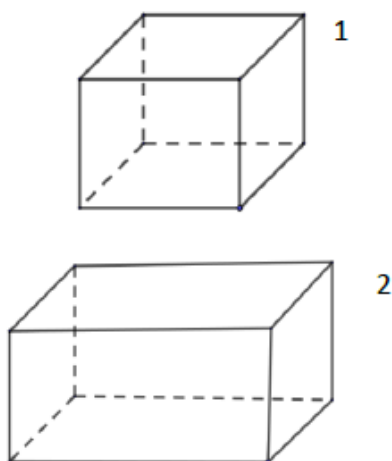
א. $\frac{a^2+8a-20}{a^2-4a+4}$ ב. $\frac{a^2-12a+36}{a^2-36}$ ג. $\frac{b^3-6b^2-16b}{b^3-4b}$ ד. $\frac{b^4-1}{(b^2+b-2)(b+1)}$

2. א. צמצמו את הביטוי ורשמו את תחום ההצבה: $\frac{(b^2-25)(b^2+3b-10)}{(b^2-4)(b^2-3b-10)}$

ב. האם נכון? נמקו.

- לא קיים ערך של b שעבורו ערך הביטוי שלילי.
- עבור כל ערך של b הביטוי חיובי או שווה ל-0.
- עבור כל ערך של b בתחום ההצבה הביטוי חיובי.
- עבור כל ערך חיובי של b בתחום ההצבה הביטוי גדול מ-1.

3. נתונות שתי תיבות.



שטח הבסיס של התיבה 1 הוא $a^2 - 4$ סמ"ר וגובה $a + 3$ ס"מ.
שטח הבסיס של התיבה 2 הוא $a^2 + 5a + 6$ סמ"ר וגובה $2a$ ס"מ.

א. הביעו באמצעות a את יחס נפחי התיבות $\frac{V_1}{V_2}$.

ב. האם יתכן ש- $\frac{V_1}{V_2} = 2$? נמקו את תשובתכם.

ג. נתון ש- $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{6}$. מצאו את a .

4. פשטו את הביטויים הבאים:

א. $\frac{4x^2-9y^2}{3x+y} : \frac{3y+2x}{9x^2+6xy+y^2}$ ב. $\frac{x^2-3x-18}{4x-x^3} \cdot \frac{x^2-4x+4}{x^2-36}$ ג. $\frac{3a-6}{2a^3-8a^2+8a} : \frac{a^2-2a-8}{4a^3-16a}$

5. פשטו את הביטויים הבאים:

א. $\frac{2x^2}{2x^2-3x} - \frac{9}{6x-9}$ ב. $\frac{b+5a}{a^2-b^2} - \frac{2}{a+b} - \frac{3}{b-a}$ ג. $\frac{3}{x^2-3x} + \frac{2}{x} + \frac{2}{6-2x}$

6. פתרו את המשוואות הבאות:

א. $3x - x^2 = 0$

ד. $x^2 - 8x + 15 = 0$

ב. $9x^2 - 18 = 0$

ה. $x^2 - 8x + 7 = 0$

ג. $-x^2 - 9 = 0$

ו. $5x^2 - 7x + 2 = 0$

ז. $x(2x - 1) - 3(x - 5) = (3x - 1)(2 + x) - 5$

ח. $\frac{3}{x-2} = \frac{4}{x+1} + \frac{3}{x^2-2x} + \frac{12}{x^2+x}$

ט. $\frac{1}{x^2-5x} + \frac{1}{x+5} = \frac{12}{25-x^2} + \frac{1}{x^2+5x}$

י. $\frac{x-3}{2x-12} - \frac{2}{x-6} = 1 - \frac{1}{x^2-12x+36}$

יא. $\frac{x+10}{x^2+4x} + \frac{x+13}{x^2+9x+20} = \frac{x+9}{x^2+5x}$

יב. $\frac{x^2-16}{x^2-4x} + \frac{x^2+x}{x^2+9x+8} = \frac{16}{x^2+8x}$

יג. $\frac{1}{x^3-4x^2+4x} - \frac{1}{x^2-2x} = \frac{x-3}{x^3-2x^2}$

7. נתונה משוואה: $\frac{x+5}{x^2-6x-7} + \frac{x}{x^2-x-2} = \frac{x-4}{x^2-9x+14}$

א. פתרו את המשוואה.

ב. לכל אחד מפתרונות המשוואה הוסיפו את הפרמטר החיובי k. לאחר מכן הכפילו את התוצאות

זו בזו וקיבלו 14. מצאו את ערכו של הפרמטר k.

8. *פתרו את המשוואות הבאות:

א. $(x^2 - 6x + 13)^2 = 25$

ב. $(x^2 + x)(x^2 + x - 8) + 12 = 0$

ג. $\frac{x^2-3x+2}{x^2-3x} - \frac{x^2-3x+6}{x^2-3x-2} = 1$

ד. $x(x - 8)(x - 4)^2 = 225$

9. פתרו את המערכות הבאות:

$$\begin{cases} 6x - 4y = 3 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases} \text{ א.}$$

$$\begin{cases} (y+1)^2 - (y-2)^2 = x-9 \\ y+8 = (x+4)^2 - (x+3)^2 \end{cases} \text{ ב.}$$

$$\begin{cases} y^2 - 10x + 50 = 0 \\ x - y = 5 \end{cases} \text{ ג.}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 3x + y = 9 \end{cases} \text{ ד.}$$

$$\begin{cases} (x+3)(y-1) = 4 \\ (x-2)(y+2) = -4 \end{cases} \text{ ה.}$$

$$\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 11 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \text{ ו.}$$

$$\begin{cases} y(2x+1) = 3 \\ x(y-4) = -3 \end{cases} \text{ ז.}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 29 \\ (x+1)^2 + (y-2)^2 = 50 \end{cases} \text{ ח.}$$

10. פתרו את אי השוויונות הבאים:

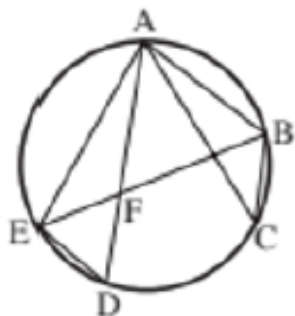
$$x^2 + 4x > 0 \text{ א.}$$

$$x^2 - x - 20 \leq 0 \text{ ב.}$$

$$9x^2 - 30x + 250 \geq 0 \text{ ג.}$$

$$4x^2 - 12x + 9 > 0 \text{ ד.}$$

גיאומטריה



1. הנקודות A, B, C, D, E נמצאות על המעגל.

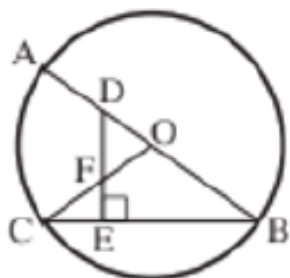
המיתרים AD ו-BE נחתכים בנקודה F.

נתון: $AE = AC$, $EF = BC$.

האם טענות הבאות נכונות? אם כן, הוכיחו. אם לא, נמקו.

א. $\triangle ABC \cong \triangle AFE$

ב. $ED = BC$

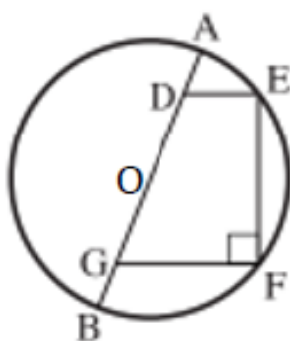


2. AB הוא קוטר ו-BC הוא מיתר במעגל שמרכזו O.

DE מאונך ל-BC וחותר רדיוס CO בנקודה F.

(ראו שרטוט).

האם המשולש DOF שווה שוקיים? נמקו את תשובתכם.



3. נתון מעגל שמרכזו O. הנקודות D ו-G נמצאות

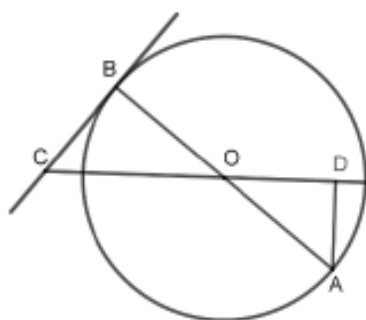
על הקוטר AB של המעגל והנקודות

E ו-F נמצאות על הקשת AB של המעגל

כך שהמרובע DEFG הוא טרפז ישר זווית

שבו $DE \parallel GF$ ו- $\angle F = 90^\circ$.

הוכיחו: א. $BG = AD$ ב. $DE + GF < AB$



AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O.

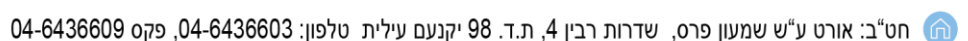
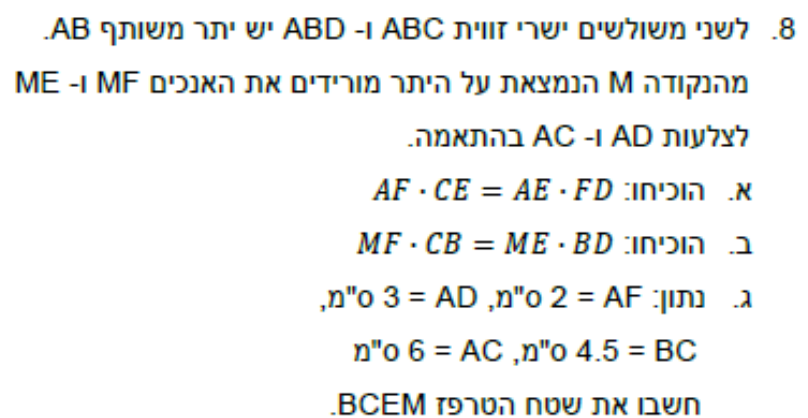
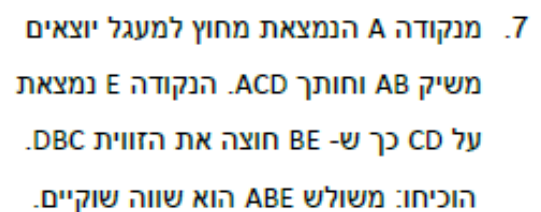
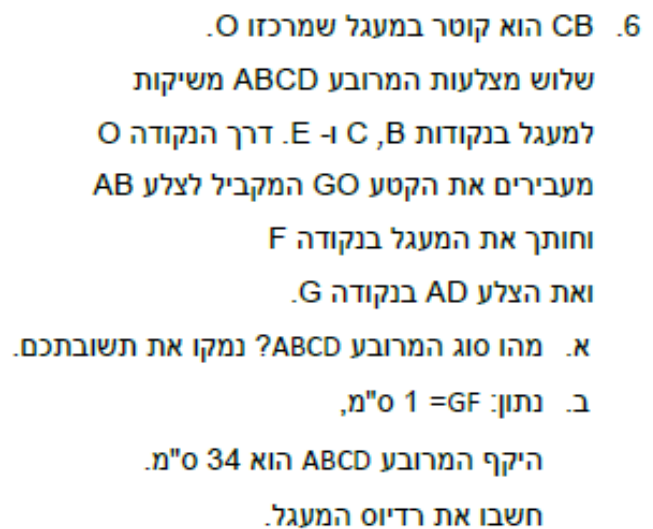
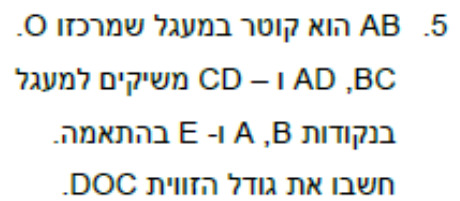
BC משיק למעגל בנקודה B. AD מאונך להמשך

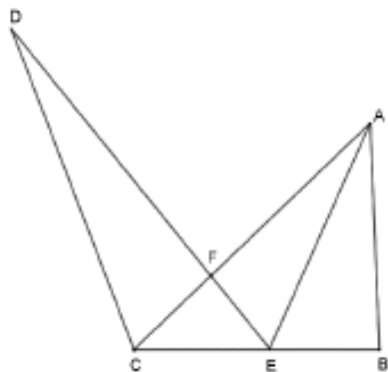
הקטע CO.

האם המשולשים ADO ו-CBO

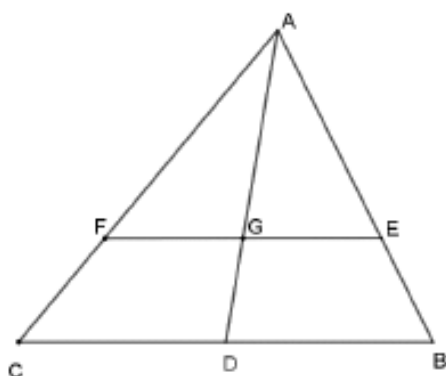
א. דומים זה לזה? נמקו את תשובתכם.

ב. חופפים זה לזה? נמקו את תשובתכם.

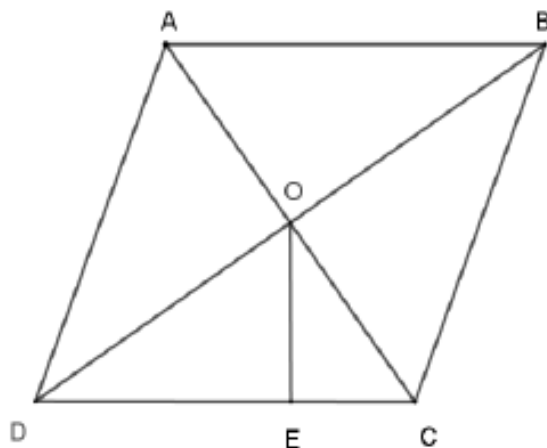




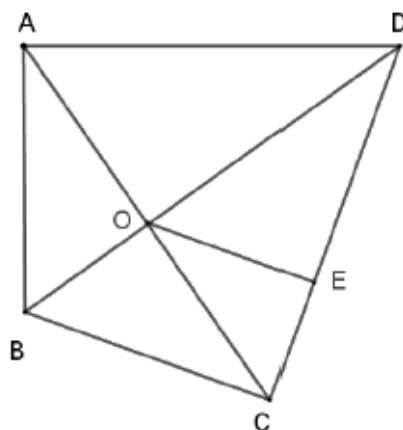
9. AE הוא חוצה זווית BAC במשולש ABC.
הנקודה D נמצאת מחוץ למשולש ABC כך
ש- $DE = 50$ ס"מ והיקף המשולש CDE הוא 105 ס"מ.
AC ו- DE נחתכים בנקודה F.
נתון: $AC = 40$ ס"מ, $BC = 28$ ס"מ, $2BE = AB$.
א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle ECD$
ב. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle EFC$
ג. חשבו את היקף המשולש EFC.



10. הקטע EF מקביל לצלע BC של משולש ABC.
התיכון AD של המשולש חותך את הקטע EF
בנקודה G.
נתון: שטח הטרפז BDGE גדול ב- 25%
משטח המשולש AGE.
א. הוכיחו: התיכון AB של המשולש ABC
עובר דרך הנקודה G.
ב. הוכיחו: $GF = GE$.
ג. קבעו מה גדול יותר: שטח המשולש BCG
או שטח המשולש AFG. נמקו את תשובתכם.



11. אלכסוני המעוין ABCD נחתכים בנקודה O.
הנקודה E נמצאת על הצלע CD.
נתון: שטח המעוין 600 סמ"ר, $OE = 12$ ס"מ.
 $DE > CE$, $\angle OED = \angle OEC$
א. חשב את אורך CE.
ב. הנקודות F ו- G נמצאות בהתאמה על הקטעים
DE ו- DO כך ש- $EO \parallel FG$. נתון: $FG = CE$.
חשבו את אורך DF.



12. בדלתון ABCD, $AD = CD$, $BC = AB$, $\angle A = 90^\circ$.

אלכסוני הדלתון נחתכים בנקודה O.

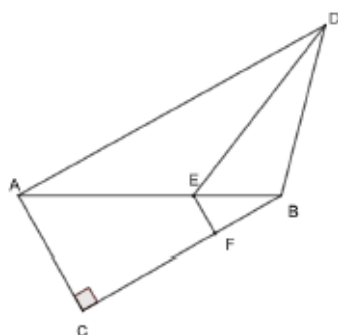
הנקודה E נמצאת על הצלע CD כך ש $EO \parallel BC$.

$$\text{נתון: } \frac{S_{\triangle DEO}}{S_{\triangle CEO}} = 4$$

$$\text{א. חשבו את היחס } \frac{EO}{BC}$$

ב. נתון: שטח הטרפז BCEO הוא 9 סמ"ר.

חשבו את היקף הדלתון.



13. למשולש ישר זווית ABC $\angle C = 90^\circ$ ומשולש ABD

צלע משותפת AB. הנקודות E ו-F נמצאות בהתאמה

על הצלעות AB ו-BC כך ש-DE הוא חוצה זווית D

במשולש ABD ו- $EF \parallel AC$.

$$\text{א. הוכיחו: } AD \cdot BF = BD \cdot CF$$

ב. נתון: $AD = 20$ ס"מ, $BD = 10$ ס"מ,

$$P_{\triangle ABD} = 45 \text{ ס"מ}^2, \frac{BF}{EF} = \frac{4}{3}$$

חשבו את שטח הטרפז AEFC.

פונקציות וגרפים

1. לגבי כל אחת מהפונקציות הבאות קבעו את שיעורי הקדקוד, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עליה וירידה, תחומי חיוביות ושליליות (אם יש כאלה) ושרטטו סקיצה של הגרף.

א. $y = -2(x - 1)^2 + 8$

ב. $f(x) = (x + 1)(x - 5)$

ג. $p(x) = x^2 - 7x + 10$

ד. $k(x) = -2x^2 + 12x - 19$

2. א. פרבולה בעלת מקסימום חותכת את ציר ה- x בנקודות $(-4, 0)$ ו- $(8, 0)$.

אילו מבין פונקציות הבאות מתאימות לפרבולה נתונה?

(1) $f(x) = -(x - 4)(x + 8)$ (2) $g(x) = -(x + 4)(x - 8)$

- ב. ישר העובר דרך נקודות $(-4, 0)$ ו- $(0, 8)$ חותך את הפרבולה הנתונה בנקודות A ו- B.

מצאו את משוואת הישר ואת שיעורי הנקודות A ו- B.

ג. מצאו עבור אילו ערכי x הישר נמצא מעל הפרבולה.

ד. האם הטענות הבאות נכונות? נמקו את תשובתכם.

(1) לישר $y = 35$ ולפרבולה הנתונה יש נקודה משותפת אחת בלבד.

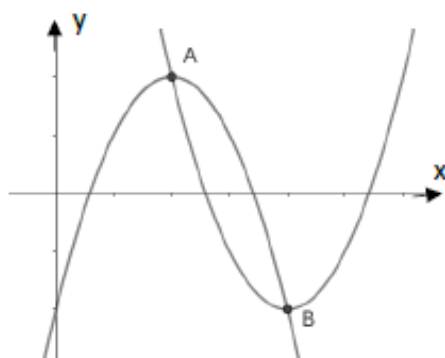
(2) לישר $y = 30$ ולפרבולה הנתונה יש שתי נקודות משותפות ברביע הראשון.

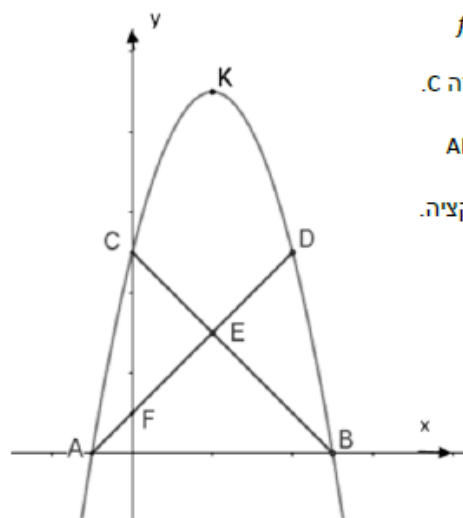
3. נתונות גרפים של הפונקציות: $f(x) = x^2 - 8x + 14$ ו- $g(x) = 2 - (x - 2)^2$

א. מצאו את שיעורי הנקודות המסומנות בשרטוט.

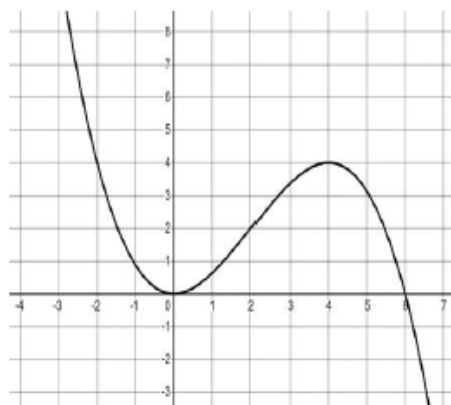
ב. פתרו את אי השוויון: $x^2 - 8x + 14 > 2 - (x - 2)^2$

ג. כמה נקודות חיתוך יש לכל אחד מהגרפים עם הישר $y = 3$?





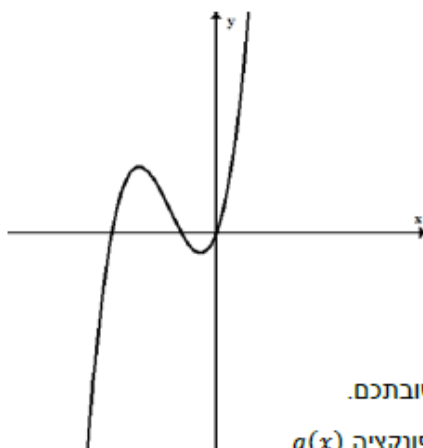
4. לפיכך גרף של פונקציה ריבועית $f(x) = -x^2 + 4x + c$
- החותך את ציר ה- x בנקודות A ו-B ואת ציר ה- y בנקודה C.
- K היא נקודת המקסימום של הפונקציה. הקטעים CB ו-AD נחתכים בנקודה E הנמצאת על ציר הסימטריה של הפונקציה.
- אורך הקטע AB הוא 6 יחידות.
- א. מצאו את משוואת ציר הסימטריה.
ב. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, K.
ג. מצאו את משוואת הקטע BC.
ד. מצאו את שיעורי הנקודות E, F ו-D.
ה. מצאו את שטח המשולש CFE.



5. לפיכך גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x .
- א. מגדירים פונקציה חדשה $g(x) = f(x) + 3$.
- (1) היעזרו בגרף הנתון ושרטטו סקיצה של הפונקציה $g(x)$.
- (2) מהם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$?
- (3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
- (4) קבעו כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 1$ וכמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 1$. נמקו.
- ב. מגדירים פונקציה חדשה $h(x) = -f(x)$.
- (1) היעזרו בגרף הנתון ושרטטו סקיצה של הפונקציה $h(x)$.
- (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של $h(x)$ ואת סוגן.
- (3) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $h(x)$.
- (4) מצאו את התחום בו הפונקציה $h(x)$ יורדת ושלילית.

- ג. מגדירים פונקציה חדשה $t(x) = f(x + 2)$.
- (1) היעזרו בגרף הנתון ושרטטו סקיצה של הפונקציה $t(x)$.
- (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $t(x)$ עם הצירים.
- (3) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $t(x)$.
- (4) קבעו האם ערך המכפלה $t(6) \cdot t(-6)$ הוא חיובי או שלילי. נמקו את תשובתכם.

- ד. מגדירים פונקציה חדשה $k(x) = \frac{1}{2} \cdot f(x)$.
- (1) היעזרו בגרף הנתון ושרטטו סקיצה של הפונקציה $k(x)$.
- (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $k(x)$ עם הצירים.
- (3) קבעו איזה מהסימנים $<$, $>$, $=$ מתאים בין שני הביטויים $k(4)$ ו- $k(-1) \cdot 3$. נמקו.



6. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x .

נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים הן

$$(0,0), (-2,0), (-6,0)$$

ונקודות הקיצון שלה הן $(-1,-1)$, $(-5,4)$.

מגדירים פונקציה חדשה $g(x) = |f(x)|$.

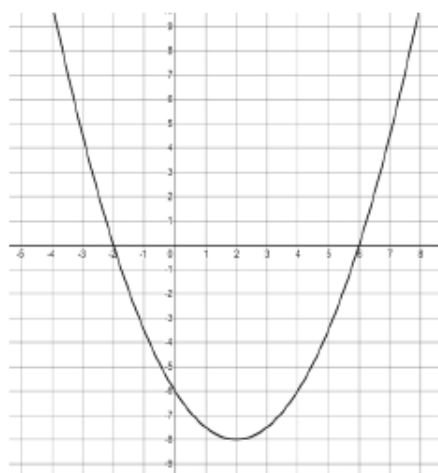
א. היעזרו בגרף הנתון ושרטטו סקיצה של הפונקציה $g(x)$.

ב. מהם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$?

ג. קבעו כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = -1$. נמקו את תשובתכם.

ד. קבעו עבור אילו ערכים של c הישר $y = c$ חותך את גרף הפונקציה $g(x)$.

(1) בשתי נקודות (2) בשלוש נקודות (3) בחמש נקודות.



7. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x .

מגדירים פונקציה חדשה $h(x) = \frac{1}{f(x)}$.

א. מצאו תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$.

ב. מהן האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של $h(x)$?

ג. מהם תחומי החיוביות והשליליות של $h(x)$?

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של $h(x)$.

ה. מצאו את נקודת הקיצון של $h(x)$ ואת סוגה.

ו. על-סמך הסעיפים הקודמים, שרטטו סקיצה של

גרף הפונקציה $h(x)$.

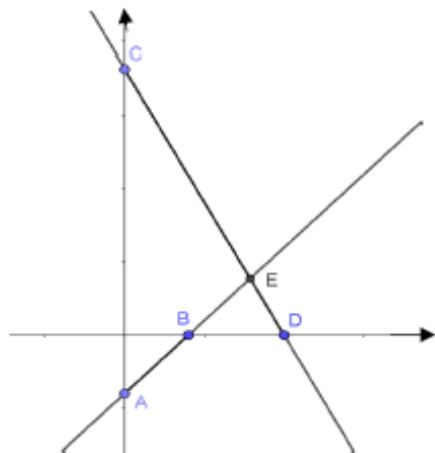
גיאומטריה אנליטית

1. ישר עם שיפוע m ($m < 0$) עובר דרך הנקודה $A(1,8)$.

א. הביעו באמצעות m את משוואת הישר.

ב. שטח המשולש שהישר יוצר עם הצירים הוא 25.

מצאו את m .



2. בציור מתוארים שני ישרים AB ו- CD .

משוואת הישר AB היא $y = x - 3$.

שני הישרים נחתכים בנקודה $E(5,2)$.

נתון כי שטח המשולש AEC הוא 37.5 יח"ר.

א. מצאו את שיעורי נקודה C .

ב. חשבו את שטח המשולש BDE .

ג. חשבו את שטח המרובע $OBEC$

(O – ראשית הצירים)

3. נתון מרובע $ABCD$ שקדקודיו בנקודות: $A(2,5)$, $B(8,8)$, $C(11,5)$, $D(1,0)$.

א. הוכיחו כי המרובע הוא טרפז.

ב. נקודה E על הישר העובר דרך נקודות C ו- D .

מצאו את השיעורים של הנקודה E כך שהמרובע $ABCE$ יהיה מקבילית.

4. במשולש ישר זווית ABC $\angle C = 90^\circ$.

נתון: $A(2,-1)$, $C(4,1)$. הקדקוד B נמצא על ציר ה- y .

א. מצאו את משוואות הצלעות של המשולש ABC .

ב. מצאו את משוואת הגובה ליתר AB .

ג. האם הנקודה $(7,2)$ נמצאת על הגובה הזה.

5. אחד מקדקודי ריבוע $ABCD$ הוא $A(1,-3)$ ומשוואת אחד מאלכסוניו היא $y=2x$.

א. מצאו את משוואת האלכסון השני ואת קדקוד C .

ב. מצאו את אורך צלע הריבוע.

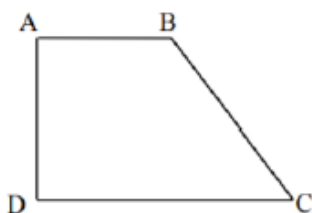
ג. מצאו את שני הקדקודים הנותרים.

6. משוואת האלכסון BD במעוין $ABCD$ היא $y=-2x+4$ וקדקוד A בנקודה $(6,2)$.

א. מצאו את קדקוד C .

ב. צלע AB מקבילה לציר ה- x . מצאו את שטח המעוין.

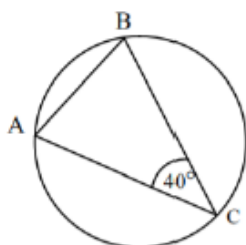
טריגונומטריה במישור



1. בטרפז ישר זווית ABCD נתון: $\angle D = 90^\circ$, $AB \parallel CD$, $AB = 3$ ס"מ, $BC = 4$ ס"מ, $DC = 5$ ס"מ.
א. חשבו את הזווית החדה של הטרפז.
ב. חשבו את שטח הטרפז.

2. אחת מצלעות המלבן ארוכה ב-21 ס"מ מהצלע השניה. הזווית החדה שבין האלכסונים היא 38° .
חשבו את צלעות המלבן.

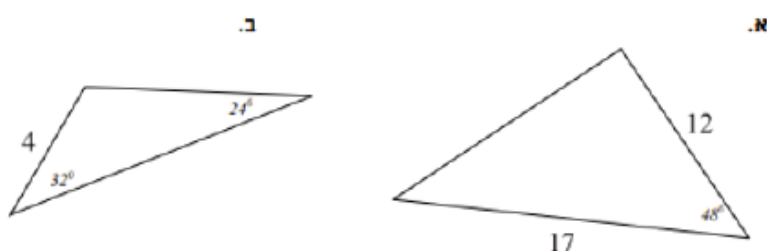
3. היקפו של מצולע משוכלל בעל 8 צלעות הוא 40 ס"מ.
א. חשבו את רדיוס המעגל החוסם את המצולע.
ב. חשבו את רדיוס המעגל החסום במצולע.
ג. חשבו את שטח המצולע המשוכלל.



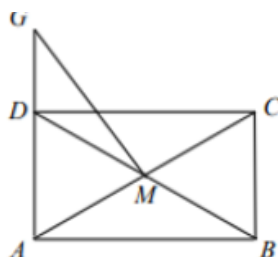
4. משולש ABC חסום במעגל.
נתון: $AB = 8$ ס"מ, $\angle C = 40^\circ$.
חשבו את מרחקו של המיתר AB ממרכז המעגל ואת רדיוס המעגל.

5. בטרפז אורכה של אחת השוקיים 8 ס"מ. הזווית ביניה לבין הגדול 70° , אורך הבסיס הגדול 20 ס"מ ואורך הבסיס הקטן 12 ס"מ.
חשבו את היקפו של הטרפז ואת שטחו.

6. חשבו את שטחי המשולשים הבאים:



7. במשולש שווה שוקיים ABC ($AC = AB$) אורך השוק הוא 22 ס"מ. הזווית הבסיס היא 70° .
CD הוא חוצה הזווית C. מצאו את AD.



8. אלכסוני המלבן ABCD נפגשים בנקודה M.
הנקודה G נמצאת על המשך הצלע AD.
נתון: $AD = 3$ ס"מ, $AB = 4$ ס"מ, $DG = 1.2$ ס"מ.
חשבו את MG.