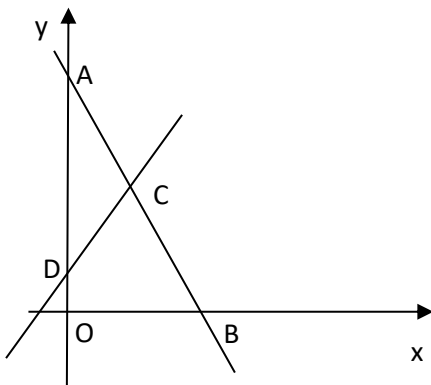


עבודת קיץ למסיימי ח' מופת

א. פונקציות וגרפים (יש לבחור 5 תרגילים מתוך ה-8)



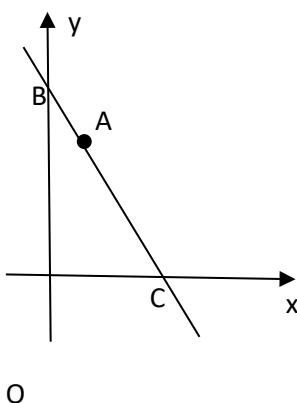
1. במערכת צירים משורטטים שני ישרים AB ו-CD.
נתון: $A(0,8)$, $D(0,2)$.
שיפוע הישר AB שווה ל-2, ושיפוע הישר CD שווה ל-4.
א. מצאו את משוואות הישרים AB ו-CD.
ב. מצאו את שיעורי הנקודות B ו-C.
ג. מצאו את שטח המשולש ACD.
ד. דרך נקודה D מעבירים ישר מקביל לציר ה-x.
החותך את הישר AB בנקודה E. מצאו את שיעורי הנקודה E.
ה. חשבו את שטח המשולש CDE ואת שטח הטרפז BODE.

2. במשולש ABC נתון:

הצלע AB מונחת על הישר $y = x + 2$,

נקודת C נמצא בנקודה $(2, 6)$, נקודת A נמצא על ציר ה-y ונקודת B נמצא על ציר ה-x.

- א. מצאו את משוואת הישר עליו מונחת הצלע BC.
- ב. הצלע BC חותכת את ציר ה-y בנקודה D. חשבו את שטח המשולש ABD.



3. בציר שלפניכם נתון ישר BC בעל שיפוע m העובר בנקודה $A(1,8)$.

א. הביעו באמצעות m את משוואת הישר BC.

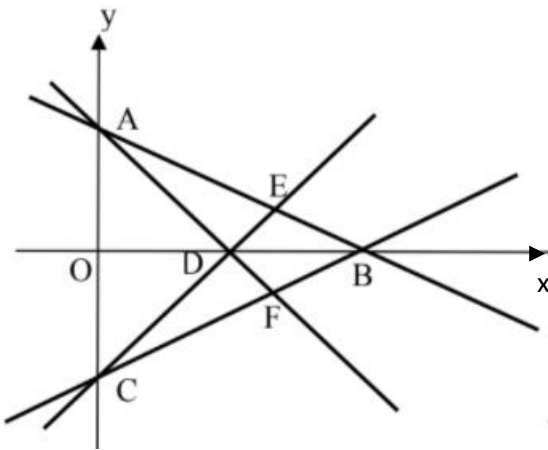
ב. שטח המשולש BOC הוא 16.

מצאו את הערך של m ורשמו את משוואת הישר.

4. הישר $y = -\frac{1}{2}x + n$, $(n \neq 0)$ חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת ציר ה- y בנקודה B.

א. הביעו את שיעורי הנקודות A ו-B באמצעות n .

ב. נתון: שטח המשולש אשר הישר AB יוצר עם הצירים הוא 16 סמ"ר. מצאו את n (שתי אפשרויות).



5. לפניכם תיאורים גרפיים של 4 פונקציות.

א. התאימו לכל גרף משוואה מתוך המשוואות הנתונות:

1) $2y = x - 12$ 3) $y = x - 6$

2) $2y + x = 12$ 4) $y + x = 6$

ב. רשמו שמות של כל המשולשים שווים שוקיים,

אשר נוצרו בסרטוט.

ג. הוכיחו כי המרובע DEBF הוא דלתון ומצאו את שטחו.

ד. חשבו את גודל הזווית ADC.

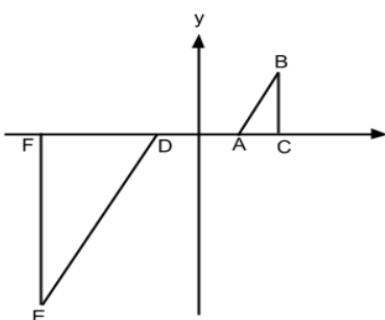
6. במשולש ABC הצלע BC מונחת על הישר $y = 5x - 13$, הקדקוד A נמצא בנקודה (6, 1).

הצלע AC מקבילה לישר $3y = x + 4$ והצלע AB מקבילה לישר $y + 2x = 10$.

מצאו את שיעורי הקדקודים B ו-C.

7. במערכת הצירים מסומנות הנקודות:

$A(1,0)$, $B(2,3)$, $C(2,0)$, $D(-1,0)$, $E(-4,-9)$, $F(-4,0)$



א. הוכיחו כי $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

ב. מצאו את יחס השטחים של $\triangle ABC$ ו- $\triangle DEF$.

8. במבחן קשה קיבלו התלמידים ציונים נמוכים.

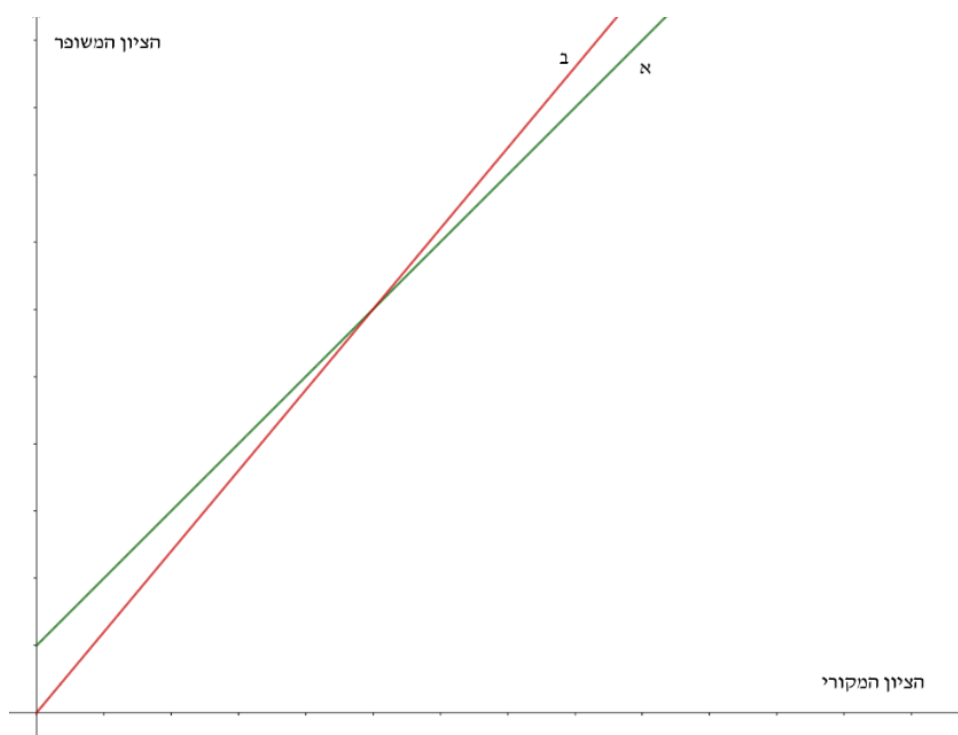
המורה החליט לשפר את הציונים, והציע שתי דרכים לשיפור הציון.

דרך 1: להוסיף 10 נקודות לכל ציון.

דרך 2: להוסיף 20% לכל ציון.

לפניכם שני גרפים המתארים את הקשר בין הציון המקורי לבין הציון המשופר לפי שתי הדרכים.

שימו לב, אפשר לקבל אחרי השיפור ציון גבוה מ-100 נקודות.



א. קובי קיבל במבחן 60 נקודות. באיזה דרך יבחר קובי לשפר את ציונו? נמקו.

ב. x מייצג את הציון המקורי.

אילו מבין הביטויים הבאים **אינם** מייצגים את הציון המשופר בדרך 2?

1	2	3	4	5
$1.2x$	$x + 20\%$	$x + \frac{20x}{100}$	$1\frac{1}{5}x$	$x + \frac{20}{100}$

ג. איזה גרף מתאר את דרך השיפור 2? נמקו.

ד. דן אמר שזה לא משנה לו באיזה דרך ישפרו את ציונו, כי בשתי הדרכים יקבל אותו ציון.

- מה הציון המקורי של דן? איזו נקודה בגרף מייצגת ציון זה?
- ה. שירה אמרה שהיא מעדיפה לשפר את הציון שלה בדרך 2.
- מה תוכלו לומר על הציון המקורי שלה? איך רואים זאת מהגרף?
- ו. מאיר השווה בין שתי התוספות לגבי הציון שקיבל וראה שבדרך 2 הוא מקבל 5 נקודות יותר מאשר בדרך 1. מה היה ציונו המקורי?

ב. פונקציה ריבועית (יש לבחור 5 מתוך 7 התרגילים)

1. נתונות פונקציות ריבועיות

$$f(x) = -2(x+1)^2 + 2, \quad g(x) = (x-2)(x-4), \quad h(x) = -0.5x^2 + 4x - 10$$

לגבי כל אחת מהפונקציות הנתונות מצאו את:

- שיעורי נקודת הקיצון וסוגן
- משוואת ציר הסימטריה
- שיעורי נקודות האפס (אם ישנן)
- שיעורי נקודת החיתוך עם ציר ה- y
- תחום עליה
- תחום ירידה
- תחום חיובית (אם יש)
- תחום שליליות (אם יש)

2. התאימו בין כל נתון בטור הימני לבין הפונקציה שהוא מתאים לה בטור השמאלי:

$f(x) = (x-4)(2-x)$	1.		א. ציר הסימטריה: $x=2$
$g(x) = x^2 + 7x + 8$	2.		ב. נקודות אפס: $(0,0), (2,0)$
$h(x) = -5x^2 + 10x$	3.		ג. נקודת החיתוך עם ציר ה- y : $(0, 8)$
$q(x) = 2x^2 - 6$	4.		ד. נקודת המקסימום: $(-1, -6)$
$r(x) = -3(x+1)^2 - 6$	5.		ה. נקודת המקסימום: $(3, 1)$
$e(x) = -3(x-2)^2 - 6$	6.		ו. נקודת המינימום: $(0, -6)$

3. נתונה הפונקציה הריבועית $f(x) = x^2 - 4x - 5$

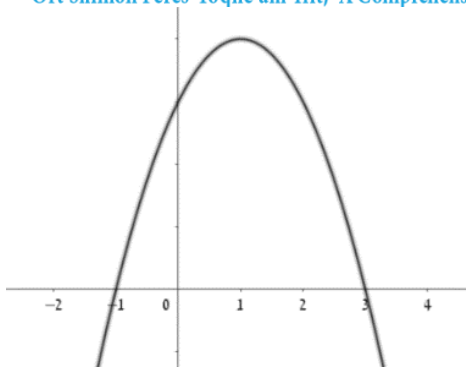
א. מצאו את שיעורי קדקוד הפרבולה המתארת את הפונקציה הנתונה.

ב. נקודות A ו-B נמצאות על הפרבולה (A נמצאת משמאל ל-B).

מצאו את שיעורי שתי הנקודות, אם ידוע שהן נקודות סימטריות ושיעור ה- x של נקודה B הוא 6.

ג. מצאו את התחום בו הפונקציה שלילית ויורדת.

ד. מצאו עבור אילו ערכי m יהיו לפרבולה נתונה וישר $y = m$ שתי נקודות חיתוך.

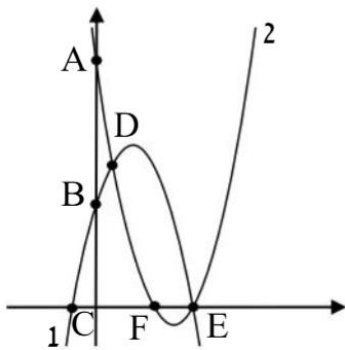


4. נתון כי גרף הפרבולה חותך את ציר ה- x בנקודות $(-1, 0)$ ו- $(3, 0)$.

א. קבעו לאיזו משתי הפונקציות הבאות מתאים הגרף הנתון:

$$f(x) = -(x-1)(x+3) \quad \text{או} \quad g(x) = -(x+1)(x-3) \quad \text{נמקו.}$$

ב. מצאו את שטח המשולש המחבר את קודקוד הפרבולה עם נקודות האפס שלה.



5. בשרטוט שלפניכם משורטטות הפרבולות

$$f(x) = -(x+1)(x-7) \quad \text{ו-} \quad g(x) = x^2 - 10x + 21$$

א. קבעו איזה מהגרפים מתאים לכל אחת מהפרבולות.

ב. הפרבולות חותכות זו את זו ואת הצירים בנקודות A, B, C, D, E, F

מצאו את שיעורי הנקודות האלה.

ג. האם שטח המשולש ABE גדול/שווה/קטן משטח המשולש CDF? נמקו.

6.

בשרטוט שלפניכם מופיעות הפרבולות:

$$f(x) = x^2 - 8x + 14 \quad \text{ו-} \quad g(x) = -(x-2)^2 + 2$$

א. קבעו איזה מהגרפים מתאים לכל אחת מהפונקציות.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B, בהן נחתכות הפרבולות, כמתואר בשרטוט.

ג. מצאו את משוואת הישר AB.

ד. פתרו את אי השוויון: $x^2 - 8x + 14 < -(x-2)^2 + 2$.

ה. עבור כל אחד מההיגדים הבאים הקיפו בעיגול אם הוא נכון או שגוי:

1. הישר $y = 1$ חותך כל אחת מהפונקציות בשתי נקודות נכון / שגוי

2. המרחק בין צירי הסימטריה של הפרבולות הוא 2 יח' אורך נכון / שגוי

7. הפרבולות $f(x) = x^2$ ו- $g(x) = -x^2 + bx$ נחתכות בראשית הצירים O ובנקודה A

שהיא הקדקוד של אחת הפרבולות. אחת הפרבולות חותכת את ציר ה- x גם בנקודה B(4,0).

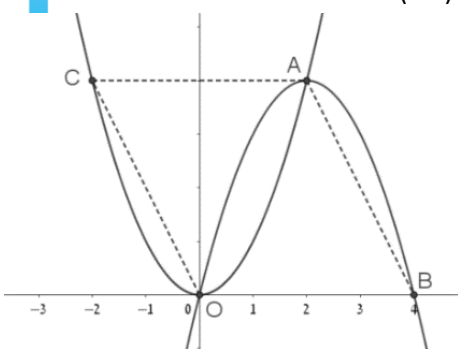
א. מצאו את המשוואה של הפונקציה $g(x)$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A.

ג. באיזה תחום מתקיים אי השוויון $g(x) < f(x)$?

ד. מצאו את שיעורי הנקודה C הסימטרית לנקודה A ביחס לציר ה- y .

ה. מהו סוג המרובע ABOC ומצאו את שטחו.



ג. ביטויים אלגבריים וחוקי חזקות

1. א. נתון: $9^{5x} = 1024$.
 חשבו את ערך הביטויים הבאים: (1) $\left(\frac{1}{9}\right)^{5x}$ (2) 3^{10x}
 ב. נתון: $2^x = 3$.
 חשבו את ערך הביטויים הבאים: (1) 4^x (2) 2^{x+3} (3) $\left(\frac{1}{16}\right)^x$
2. חשבו וכתבו את התוצאה בכתוב מדעי:
 א. $1.1 \cdot 10^4 + 1100$ ב. $(2.4 \cdot 10^4)(4.5 \cdot 10^3)$
3. פשטו את הביטוי $\frac{10x^5 - 15x^4}{5x^4}$ וחשבו את ערכו עבור $x = \frac{1}{2}$.
4. פשטו את הביטויים הבאים ככל הניתן:
 א. $\frac{4x^2 - 9y^2}{x + 3y} : \frac{3y + 2x}{9y^2 + 6xy + x^2} =$
 ב. $\frac{3b - 6}{2b^3 - 8b^2 + 8b} : \frac{b^2 - 2b - 8}{4b^3 - 16b} =$
5. א. פשטו את הביטוי הבא ככל הניתן: $\left(\frac{1}{x^4 - x^2} + \frac{x^2}{x^2 - 1}\right) \cdot \frac{1 - 2x^2 + x^4}{x^4 + 1}$
 ב. אם ידוע שערך הביטוי שלילי, מה תוכלו להגיד על הערך של x ?
6. א. נתון: $(a - b)^2 = 49$, $(a + b)^2 = 4$. מבלי חשב את a ואת b , יש לחשב את $2a^2 + 2b^2$.

ב. נתון: $m \cdot n = 3$, $m^2 + n^2 = 31$. מבלי לחשב את m ואת n , יש לחשב את $m - n$.

ג. נתון: $x = y + 3$, $x^2 - y^2 = 45$. מבלי לחשב את x ואת y , יש לחשב את $x + y$.

7. א. פשטו את הביטוי הבא עד כמה שאפשר: $\frac{4}{m^2 - 4m} - \frac{3}{m^2 - 5m + 4}$

ב. האם יתכן שערכן של הביטוי שווה ל-0?

ג. מצאו ערכו של m אם ידוע שערך הביטוי שווה ל-4.

ד. אילו מהטענות הבאות נכונות

(1) תחום הצבה של הביטוי הוא: $m \neq 0, 1$

(2) כאשר m שלילי יתכן שערך הביטוי חיובי

(3) תחום הצבה של הביטוי הוא: $m \neq 0, 1, 4$

ד. משוואות, אי שוויונות, מערכות של משוואות (יש לפתור 11 מתוך 14 התרגילים)

$$2x + 3 \leq 6x - 1 < 3x + 5 \quad 1. \quad 9\frac{1}{2} - 2x - \frac{5x}{12} \leq -\frac{x}{4} - \frac{5}{6} - 13 \quad 2.$$

$$\begin{cases} 5(x+3) - 7(y-8) = 68 \\ 5x - 7y = -3 \end{cases} \quad 4. \quad \frac{1}{5}(4x-1) - \frac{2x}{3} > 2 + \frac{1}{7}x \quad 3.$$

$$\begin{cases} \frac{20}{x+y} + \frac{12}{x-y} = 5 \\ \frac{50}{x+y} + \frac{8}{x-y} = 7 \end{cases} \quad 6. \quad \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 2 \\ \frac{x+y}{5} - \frac{2x-y}{4} = 1 - \frac{x}{6} \end{cases} \quad 5.$$

$$(3x+4)^2 = 16(3x+4) \quad 8. \quad \begin{cases} x^2 - 2y^2 = 8 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases} \quad 7.$$

$$(2x+7)^2 = 16x^2 \quad 10. \quad 4(x^2+1) + 42 = (x+6)^2 - (x-1)(x+1) \quad 9.$$

$$\frac{x^2-9}{x-3} = x^2 - 4x + 9$$

11.

$$12x^3 - 48x = 0 \quad .12$$

$$\frac{(x+4)(x-2)}{4} = 10 \quad .14 \quad x(2x-13) - 3(x-5) = (3x-4)(2x-15) - 177 \quad .13$$

ה. שאלות מילוליות

1. תלמידי כיתה ח' היו אמורים לסדר 40 שקיות עם עפרונות ומדבקות לתלמידי כיתה א'.

הם קנו שקיות בשני צבעים: אדומות וכחולות.

מספר השקיות הכחולות היה גדול פי 3 ממספר השקיות האדומות.

לכל שקית אדומה הם הכניסו 3 עפרונות יותר ומדבקה אחת פחות מאשר לשקית כחולה.

כמה פריטים מכל סוג הכניסו לשקית אדומה וכמה לשקית כחולה, אם ידוע שסך הכל

היה 380 פריטים, ומספר המדבקות היה שווה למספר העפרונות?

2. המרחק בין אשדוד לבאר שבע הוא 84 ק"מ.

שני רוכבי טרקטורון יצאו בו זמנית, אחד מאשדוד והשני מבאר שבע, ורכבו זה לקראת זה.

אחרי שעתיים וחצי הרוכבים טרם נפגשו והמרחק ביניהם היה 4 ק"מ.

הרוכב שיצא מאשדוד עבר את כל הדרך בשעה ועשרים דקות יותר מאשר הרוכב שיצא מבאר שבע.

מה הן מהירויות הרוכבים?

3. על צלעות המלבן ABCD בנו שני משולשים ישרי זווית: ABE ו-BCF (ראה ציור).

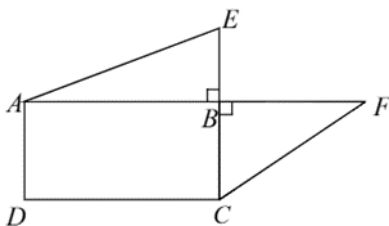
ידוע שאורך הקטע AB גדול ב- 25% מאורך הקטע BC, ושני

המשולשים בעלי שטח שווה.

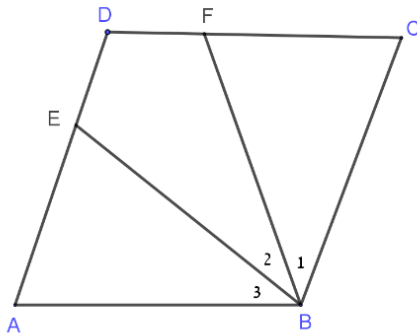
א. בכמה אחוזים קצר הניצב BE מהניצב BF?

ב. מצאו את אורכי הצלעות של המלבן, אם נתון שהיקף המלבן

גדול פי 4 מסכום הניצבים BE ו-BF, ושטח כל אחד מהמשולשים הוא 20 סמ"ר.



ו. גיאומטריה (יש לענות על 7 מתוך 9 השאלות)



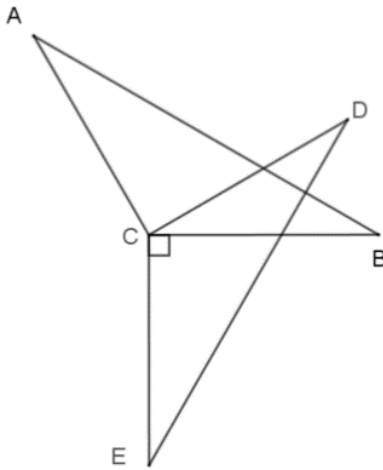
1. מרובע ABCD הוא מעוין.

א. נתון: $\angle B_1 = \angle B_2 = \angle B_3 = \alpha$

הוכיחו: מרובע BEDF הוא דלתון.

ב. נתון גם: $CD = FB$.

חשבו את זווית α .



2. נתון: $CB = AC$, $\triangle ABC \cong \triangle DEC$,

$\angle ECB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$ (ראה שרטוט).

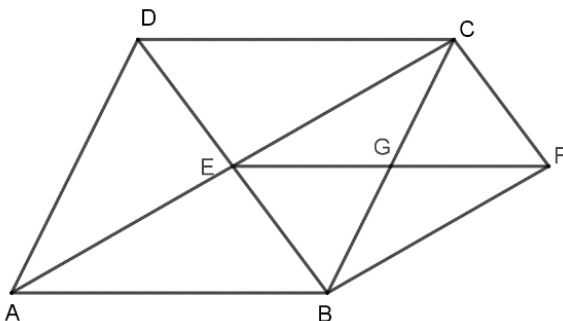
א. חשבו את שאר הזוויות שבשרטוט.

ב. רשמו את כל המשולשים ישרי הזווית שבשרטוט. נמקו.

ג. רשמו את כל המשולשים שוויו השוקיים שבשרטוט. נמקו.

3. במשולש ישר זווית אחת הזוויות החדות היא בת 30° .

חשבו את היחס בין הגובה ליתר לבין התיכון ליתר.

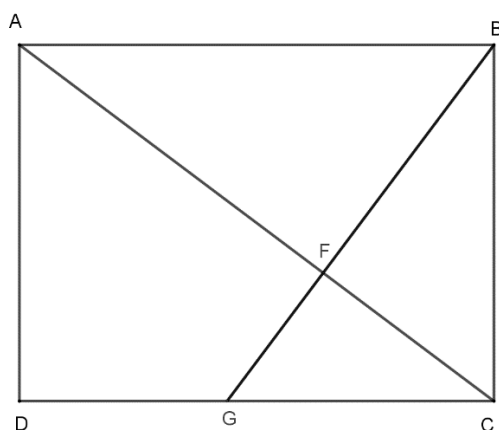


4. אלכסוני המעוין ABCD נחתכים בנקודה E.

נתון: $BF \parallel AC$, $CF \parallel DB$.

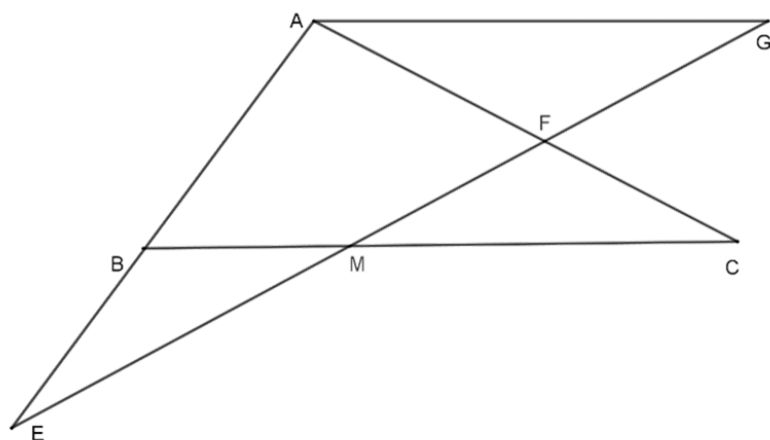
א. הוכיחו: המרובע EBFC הוא מלבן.

ב. נתון גם: $4 \text{ ס"מ} = GF$. חשבו את היקף המעוין.

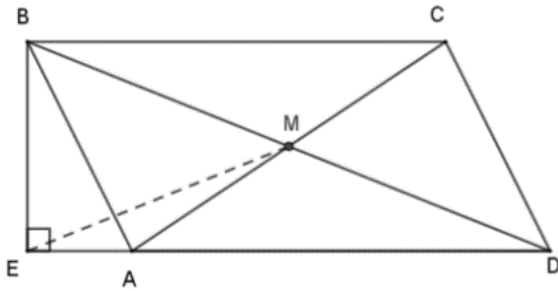


5. נתון מלבן ABCD . הקטע BG מאונך לאלכסון AC וחותך אותו בנקודה F (ראו שרטוט).
 $AF = 16$ ס"מ, $CF = 9$ ס"מ .
 א. מצאו את כל המשולשים הדומים למשולש ABF.
 ב. חשבו את אורך הקטע BF.
 ג. חשבו את אורכי צלעות המלבן.
 ד. חשבו את אורך הקטע DG.

6. בשרטוט שלפניכם נתון: $\angle ABC = \angle AFE$
 $BC \parallel AG$



- א. הוכיחו: $\triangle AEG \sim \triangle FCM$.
 ב. נתון: $AG = 7.5$ ס"מ
 $BM = 3$ ס"מ
 $MC = EM = 5$ ס"מ
 (1) הוכיחו: $\triangle EBM \cong \triangle CFM$.
 (2) חשבו את אורך הקטע EG.
 (3) מצאו את היחס $\frac{AE}{FC}$.



7. אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים בנקודה M.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AD של המקבילית ABCD כמתואר בשרטוט.

נתון: $BE \perp AD$

א. הוכיחו: משולש MDE שווה שוקיים.

ב. מצאו את יחס השטחים של המשולשים ABE ו-AME.

8. המרובע ABCD הוא מקבילית.

הנקודות E ו-F הן אמצעי הצלעות BC ו-CD בהתאמה.

המשכי BC ו-AF נפגשים בנקודה H.

המשכי DC ו-AE נפגשים בנקודה G.

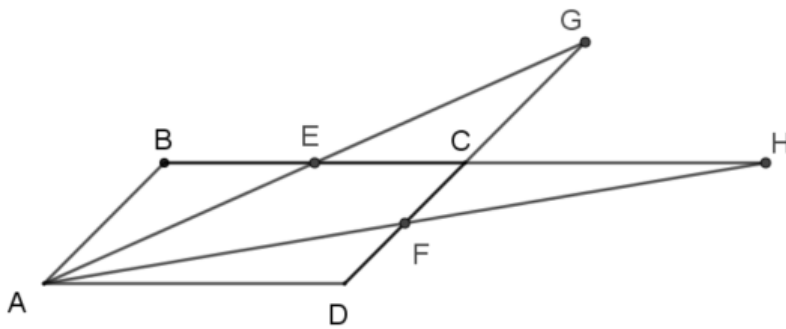
א. אלו מהטענות הבאות נכונות? נמקו את תשובתכם.

- $\triangle ABE \cong \triangle GCE$

- $\triangle HCF \cong \triangle GCE$

- $\triangle HCF \cong \triangle ADF$

ב. הוכיחו: המרובע BGHD הוא מקבילית.



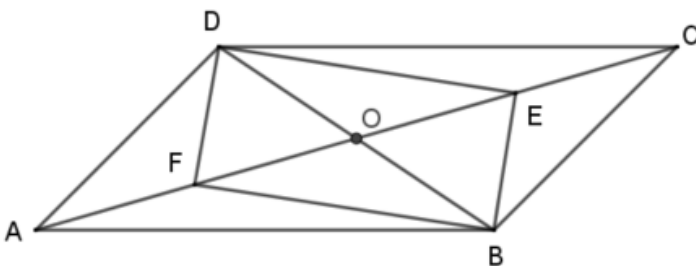
9. האלכסונים במקבילית ABCD נחתכים בנקודה O.

הנקודות E ו-F נמצאות על האלכסון AC כך שמתקיים $EO = CE$, $FO = AF$.

נתון: $AC = 2BD$.

א. הוכיחו: המרובע BEDF הוא מלבן.

ב. פי כמה קטן שטח המלבן BEDF משטח המקבילית ABCD?



ז. סטטיסטיקה (יש לענות על 2 שאלות מתוך ה 3)

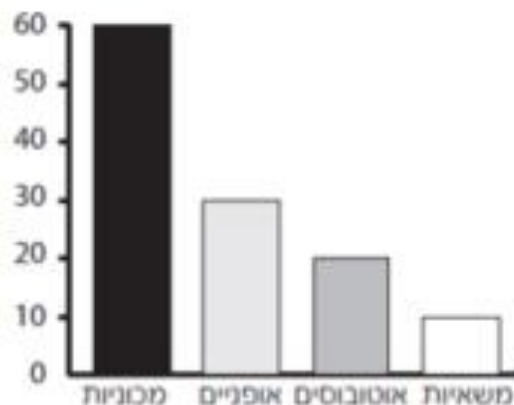
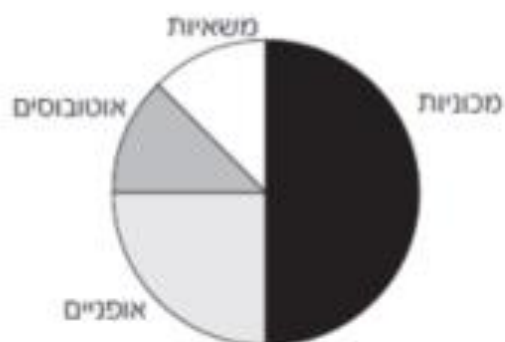
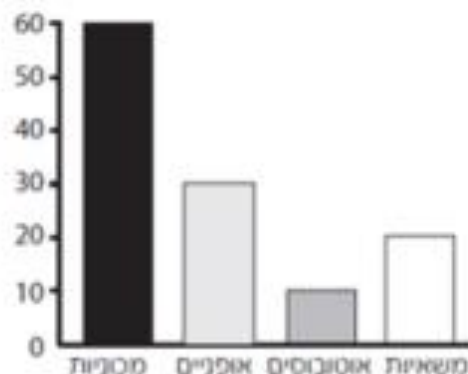
1. ארבע תלמידים צפו במשך שעה בתנועת כלי הרכב שעברו ליד בית ספרם.

הטבלה הבאה מציגה את תוצאות התצפית:

מספר	סוג כלי הרכב
60	מכוניות
30	אופניים
10	אוטובוסים
20	משאיות

כל אחד מהתלמידים שרטט תרשים להצגת התוצאות. איזה מבין התרשימים מציג

את התוצאות בצורה נכונה?



2. בחברה "היי טק" שבה עובדים 25 מתכנתים קיימות שלוש דרגות שכר חודשי:

13000 ₪, 12000 ₪ ו- 14000 ₪.

השכר החודשי הממוצע של כל 25 המתכנתים הוא 12800 ₪.

ידוע כי 11 מהמתכנתים משתכרים 12000 ₪ לחודש כל אחד.

א. מצאו כמה מהמתכנתים משתכרים כל אחד 14000 ₪ בחודש.

ב. החברה החליטה לצרף מספר עובדים חדשים, שחלקם ישתכרו 12000 ₪ בחודש וחלקם

יشتכרו 13000 ₪ בחודש. מטרת החברה לא לשנות את השכר הממוצע.

מהו היחס בין מספר העובדים החדשים שמשכורתם 12000 ₪, לבין מספר העובדים החדשים שמשכורתם 13000 ₪? רשמו הסבר או חישוב.

3. בטבלה שלפניכם נתונים שנאספו מ- 400 משפחות המתייחסים למספר מכשירי הטלפונים הניידים שיש להן.

מספר מכשירים	1	2	3	4	5
מספר משפחות	110		80	60	20

א. לכמה משפחות יש 2 טלפונים ניידים?

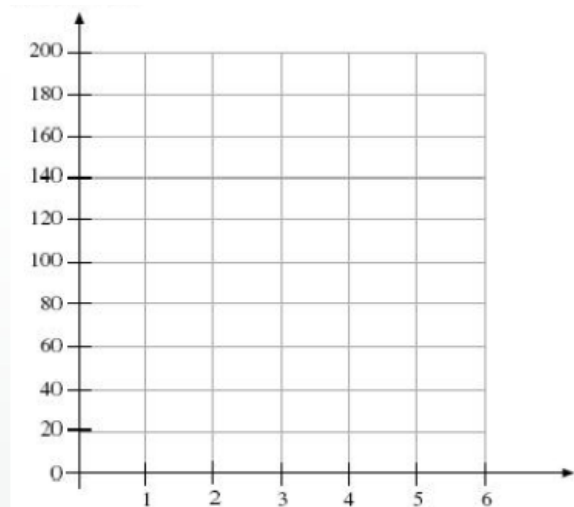
ב. לכמה משפחות יש לפחות 3 טלפונים ניידים?

ג. מהו מספר השכיח של מכשירי הטלפון הניידים?

ד. חשבו את ממוצע מכשירי הטלפון הניידים במשפחה (סעיף רשות).

ה. שרטטו דיאגרמת מקלות המתאימה לנתונים בטבלה.

מספר משפחות



מספר טלפונים ניידים